石室中学高2020届一诊模拟考试（二）理科参考答案

1.已知集合 $A=\{x\in N\,|\,x>1\}$，$B=\{x\,|\,x<5\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{x\,|\,1<x<5\}$　（B）$\{x\,|\,x>1\}$　（C）$\{2,3,4\}$　（D）$\{1,2,3,4,5\}$

答案：C

【解析】：$A\cap B=\{x\in N\,|\,1<X<5\}=\{2,3,4\}$

故选 C

2.设 i 为虚数单位，若复数 z 满足 $\mathrm{i}z=1+\mathrm{i}$，则 z 的共轭复数为

（A）$1-\mathrm{i}$　（B）$-1-\mathrm{i}$　（C）$-1+\mathrm{i}$　（D）$1+\mathrm{i}$

答案：D

【解析】：$\because z=\dfrac{1+i}{i}=\dfrac{i-1}{-1}=1-i\ \therefore \bar{z}=1+i$

故选 D

3.若等边 ΔABC 的边长为 4，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$

（A）8　（B）-8　（C）$8\sqrt{3}$　（D）$-8\sqrt{3}$

答案：A

【解析】：$\because \angle BAC=60^0\ \therefore \overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos 60^0=4\times4\times\dfrac{1}{2}=8$

故选 A

4.在 $(2x-1)(x-y)^6$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为

（A）50　（B）20　（C）15　（D）-20

答案：B

【解析】：$(2x-1)(x-y)^6=2x(x-y)^6-(x-y)^6$，只有 $-(x-y)^6$ 才存在 x^3y^3 项，故为 $-C_6^3x^3(-y)^3=20x^3y^3$

故选 B

5.若等比数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1, a_5=4a_3, a_1+a_2+a_3=7$，则该数列的公比为

（A）-2　（B）2　（C）±2　（D）$\dfrac{1}{2}$

答案：B

【解析】：$\because a_5=q^2a_3=4a_3\ \therefore q=\pm2$

当 $q=2$ 时，$a_1+a_2+a_3=1+q+q^2=7$ 成立；

当 $q=-2$ 时，$a_1+a_2+a_3=1+q+q^2=3$ 不成立；

故选 B

6.若实数 a,b 满足 $|a|>|b|$，则

（A）$\mathrm{e}^a>\mathrm{e}^b$　（B）$\sin a>\sin b$　（C）$\mathrm{e}^a+\dfrac{1}{\mathrm{e}^a}>\mathrm{e}^b+\dfrac{1}{\mathrm{e}^b}$　（D）$\ln(\sqrt{1+a^2}-a)>\ln(\sqrt{1+b^2}-b)$

答案：C

【解析】：$\because e^{-2}<e^1\ \therefore$ A 错误；$\sin(-\dfrac{\pi}{2})<\sin\dfrac{\pi}{6}\ \therefore$ B 错误；$f(x)=e^x+\dfrac{1}{e^x}$ 为偶函数，且当 $x\in(0,+\infty)$ 时，单调递增，故 C 正确

故选 C

7. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=4, AB=2$，点 E,F 分别为棱 BB_1,CC_1 上两点，且 $BE=\dfrac{1}{4}BB_1, CF=\dfrac{1}{2}CC_1$，则

（A）$D_1E\neq AF$，且直线 D_1E,AF 异面　（B）$D_1E\neq AF$，且直线 D_1E,AF 相交

（C）$D_1E=AF$，且直线 D_1E,AF 异面　（D）$D_1E=AF$，且直线 D_1E,AF 相交

答案：A

【解析】：$\because D_1E=\sqrt{D_1B_1^2+B_1E^2}=\sqrt{17}, AF=\sqrt{AC^2+CF^2}=\sqrt{12}\neq D_1E$，取点 M 为的中点，$AD_1//MF$ 故

AEFD$_1$ 共面，点 E 在面 AEFD$_1$ 面外，故直线 D_1E, AF 异面

故选 A

8. 设函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x^2-9a\ln x$，若 $f\left(x\right)$ 在点 $(3, f(3))$ 的切线与 x 轴平行，且在区间 $\left[m-1, m+1\right]$ 上单调递减，则实数 m 的取值范围是

（A）$m\le 2$　　（B）$m\ge 4$　　（C）$1<m\le 2$　　（D）$0<m\le 3$

答案：C

【解析】$f'(x)=x-\dfrac{9a}{x}$, $f'(3)=0, \therefore a=1$，因为 $x>0$，所以当 $0<x<3$ 时，$f'(x)<0$，即 $f(x)$ 在 $(0,3]$ 上递减，所以 $\begin{cases}0<m-1\\ m+1\le 3\end{cases}$，$1<m\le 2$．故选 C.

9.国际羽毛球比赛规则从 2006 年 5 月开始，正式决定实行 21 分的比赛规则和每球得分制，并且每次得分者发球，所有单项的每局获胜分至少是 21 分，最高不超过 30 分，即先到 21 分的获胜一方赢得该局比赛，如果双方比分为 20：20 时，获胜的一方需超过对方 2 分才算取胜，直至双方比分打成 29：29 时，那么先到第 30 分的一方获胜.在一局比赛中，甲发球赢球的概率为 $\dfrac{1}{2}$，甲接发球赢球的概率为 $\dfrac{3}{5}$，则在比分为 20：20，且甲发球的情况下，甲以 23：21 赢下比赛的概率为

（A）$\dfrac{1}{8}$　　（B）$\dfrac{3}{20}$　　（C）$\dfrac{9}{50}$　　（D）$\dfrac{7}{20}$

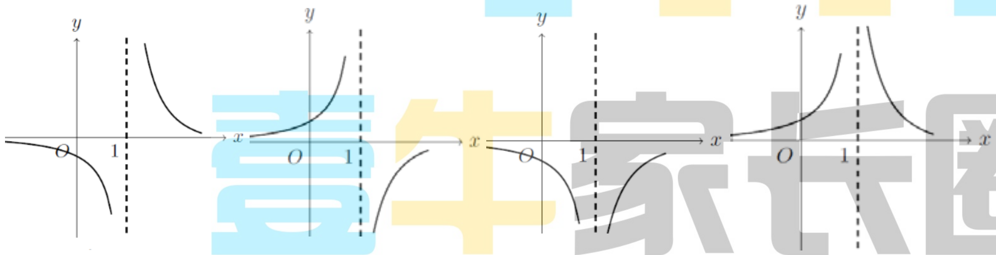
答案：B

【解析】：由题意知：接下来 4 个球为甲“赢输赢赢”或“输赢赢赢”，故概率为

$$P=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{20}$$

故选 B

10.函数 $f(x)=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{x-1}-x}$ 的图象大致为



（A）　　（B）　　（C）　　（D）

答案：D

【解析】：$\because e^x\ge x+1 \therefore e^{x-1}\ge x \therefore e^{x-1}-x\ge 0 \therefore f(x)>0$

故选 D

11. 设圆 C：$x^2+y^2-2x-3=0$，若等边 ΔPAB 的一边 AB 为圆 C 的一条弦，则线段 PC 长度的最大值为

（A）$\sqrt{10}$　　（B）$2\sqrt{3}$　　（C）4　　（D）$2\sqrt{6}$

答案：C

【解析】：连接 AC，BC，设 $\angle CAB=\theta$，连接 PC 与 AB 交于点 D，$\because AC=BC$，$\triangle PAB$ 是等边三角形，$\therefore$D 是 AB 的中点，$\therefore PC\perp AB$，$\therefore$在圆 C：$(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 中，圆 C 的半径为 2，

$|AB|=4\cos\theta$，$|CD|=2\sin\theta$，$\therefore$在等边 $\triangle PAB$ 中，$|PD|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}|AB|=2\sqrt{3}\cos\theta$，

$\therefore |PC|=|CD|+|PD|=2\sin\theta+2\sqrt{3}\cos\theta=4\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)\leqslant 4$

故选 C

12.设函数 $f(x)=\cos|2x|+|\sin x|$，下述四个结论：

① $f(x)$ 是偶函数； ② $f(x)$ 的最小正周期为 π；
③ $f(x)$ 的最小值为 0； ④ $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上有 3 个零点.
其中所有正确结论的编号是
（A）①② （B） ①②③ （C）①③④ （D）②③④
答案：B
【解析】：$f(-x)=\cos(|-2x|)+|\sin(-x)|=f(x)$ 故 ① 正确；
$f(x+\pi)=\cos(|2x+\pi|)+|\sin(x+\pi)|=f(x)$ 故 ② 正确；
$$f(x)=1-2\sin^2 x+|\sin x|=-2(|\sin x|-\frac{1}{4})+\frac{3}{4}$$
又∵ $0\le|\sin x|\le 1$，∴当 $|\sin x|=1$ 时，$y_{\min}=0$
故选 B
13.若等差数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1,a_2+a_3=5$，则 $a_n=$___________.
答案：n
【解析】：$a_1=1,a_2+a_3=1+d+1+2d=5\therefore d=1\therefore a_n=n$
14.今年由于猪肉涨价太多，更多市民选择购买鸡肉、鸭肉、鱼肉等其它肉类.某天在市场中随机抽出 100 名市民调查，其中不买猪肉的人有 30 位，买了肉的人有 90 位，买猪肉且买其它肉的人共 30 位，则这一天该市只买猪肉的人数与全市人数的比值的估计值为_______.
答案：0.4
【解析】：不买猪肉的 30 人，不买肉的 10 人，故买了猪肉的 70 人，猪肉和其它肉都买的 30 人，故只有买猪肉的 40 人，所以答案为 0.4
15.已知双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的左，右焦点分别为 F_1,F_2，过 F_1 的直线 l 分别与两条渐进线交于 A,B 两点，若 $\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_2B}=0,\overrightarrow{F_1A}=\lambda\overrightarrow{AB}$，则 $\lambda=$___________.
答案：1
【解析】：$\because O$ 为 F_1F_2 的中点，$BO=c=OF_2$，$\angle BOF_2=60^0$，$\therefore\Delta BF_2O$ 为等边三角形，故 $\angle BF_2O=60^0$ 所以 $F_2B//OA\therefore A$ 为 F_1B 的中点，即 $\lambda=1$
16. 若函数 $f(x)=\begin{cases}e^x-a, & x<1,\\(x-2a)(x-a^2), & x\geqslant 1\end{cases}$ 恰有 2 个零点，则实数 a 的取值范围是____.
答案：$[\frac{1}{2},1)\cup\{2\}\cup[e,+\infty)$
【解析】：当 $a\le 0$ 时, 不满足题意.
当 $0<a<2$ 时, 要使函数函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 即 $\begin{cases}e-a>0\\a^2<1\le 2a\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{2}\le a<1$.
当 $a=2$ 时, 满足题意.
当 $a>2$ 时, $a^2>2a>4$，要使函数函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 即 $e-a\le 0$. 所以 $a\ge e$.
综上所述：实数 a 的取值范围是 $[\frac{1}{2},1)\cup\{2\}\cup[e,+\infty)$.
17.（12 分）某汽车美容公司为吸引顾客，推出优惠活动：对首次消费的顾客，按 200 元/次收费，并注册成为会员，对会员逐次消费给予相应优惠，标准如下：

消费次第	第1次	第2次	第3次	第4次	≥5次
收费比率	1	0.95	0.90	0.85	0.80

该公司注册的会员中没有消费超过 5 次的，从注册的会员中，随机抽取了100 位进行统计，得到统计数据如下：

消费次数	1次	2次	3次	4次	5次

人数	60	20	10	5	5

假设汽车美容一次，公司成本为150元，根据所给数据，解答下列问题：

（Ⅰ）某会员仅消费两次，求这两次消费中，公司获得的平均利润；

（Ⅱ）以事件发生的频率作为相应事件发生的概率，设该公司为一位会员服务的平均利润为 X 元，求 X 的分布列和数学期望 $E\left(X\right)$.

解：(1) $\because$ 第一次消费为 200 元，利润为 50 元；第二次消费 190 元，利润为 40 元

$\therefore$ 两次消费的平均利润为 45 元………………………………………………4 分

（2）若该会员消费 1 次，则 $X=50$

$P(X=50)=0.6$ ………………………………………………5 分

若该会员消费 2 次，则 $X=\dfrac{50+40}{2}=45$

$P(X=45)=0.2$ ………………………………………………6 分

若该会员消费 3 次，则 $X=\dfrac{50+40+30}{3}=40$

$P(X=40)=0.1$ ………………………………………………7 分

若该会员消费 4 次，则 $X=\dfrac{50+40+30+20}{4}=35$

$P(X=35)=0.05$

若该会员消费 5 次，则 $X=\dfrac{50+40+30+20+10}{5}=30$

$P(X=30)=0.05$ ………………………………………………8 分

故 X 的分布列为：

X	50	45	40	35	30
P	0.6	0.2	0.1	0.05	0.05

X 的期望为 $EX=50\times0.6+45\times0.2+40\times0.1+35\times0.05+30\times0.05=46.25$（元）………12 分

18. （12 分）ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，设 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin(A+C)=\cos^2\dfrac{B}{2}$.

（Ⅰ）求 $\sin B$；（Ⅱ）若 ΔABC 的周长为 8，求 ΔABC 的面积的取值范围.

（1）解：$\because \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin(A+C)=\cos^2\dfrac{B}{2}$ 且 $\sin(A+C)=\sin B$

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\bullet 2\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{B}{2}=\cos^2\dfrac{B}{2}$ 又 $\because 0<\dfrac{B}{2}<\dfrac{\pi}{2}$ $\therefore \sin\dfrac{B}{2}>0$ $\therefore \sqrt{3}\sin\dfrac{B}{2}=\cos\dfrac{B}{2}$

$\therefore \tan\dfrac{B}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \dfrac{B}{2}=\dfrac{\pi}{6}$ $\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$ $\therefore \sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ………………………………………6 分

（2）由题意知：$b=8-(a+c)$

$\therefore \cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{-64+16(a+c)-2ac}{2ac}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore 3ac=-64+16(a+c)\geq -64+32\sqrt{ac}$ $\therefore 3ac-32\sqrt{ac}+64\geq 0$ $\therefore (3\sqrt{ac}-8)(\sqrt{ac}-8)\geq 0$

$\therefore \sqrt{ac}\leq\dfrac{8}{3}$ 或 $\sqrt{ac}\geq 8$（舍）$\therefore ac\leq\dfrac{64}{9}$ $\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{4}ac\leq\dfrac{16\sqrt{3}}{9}$（当 $a=c$ 时取"="）

综上，ΔABC 的面积的取值范围为 $(0,\dfrac{16\sqrt{3}}{9}]$ ………………………12 分

19. （12 分）如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，且 $\angle ADC=60^0$，$AA_1=CD_1=\sqrt{5}$，$AD_1=\sqrt{7}$.

（Ⅰ）证明：平面 $CDD_1\perp$ 平面 $ABCD$；

（Ⅱ）求二面角 D_1-AD-C 的余弦值.

（1）令 CD 的中点为 O，连接 OA,OD_1,AC

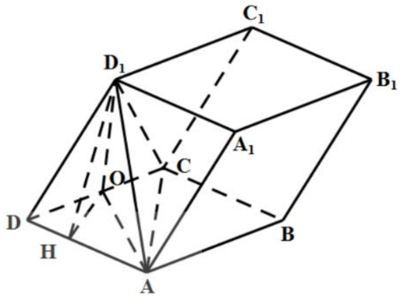
$\because AA_1=CD_1=\sqrt{5},DC=2\therefore D_1O\perp DC$ 且 $D_1O=\sqrt{DD_1^2-DO^2}=2$

又$\because$底面 $ABCD$ 为边长为 2 的菱形，且 $\angle ADC=60^0\ \therefore AO=\sqrt{3}$

又$\because AD_1=\sqrt{7}\ \therefore AD_1^2=D_1O^2+AO^2\ \therefore D_1O\perp OA$

又$\because OA,DC\subseteq ABCD,OA\cap DC=O\ \therefore D_1O\perp ABCD$

又$\because D_1O\subseteq CDD_1\ \therefore CDD_1\perp ABCD$ ………………6 分



（2）过 O 作直线 $OH\perp AD$ 于 H，连接 D_1H

$\because D_1O\perp ABCD\ \therefore D_1O\perp AD\ \therefore AD\perp OHD_1\ \therefore AD\perp HD_1$

$\therefore\angle D_1HO$ 为二面角 D_1-AD-C 所成的平面角

又$\because OD=1,\angle ODA=60^0\ \therefore OH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\ \therefore D_1H=\dfrac{\sqrt{19}}{2}$

$\therefore\cos\angle OHD_1=\dfrac{\sqrt{57}}{19}$ ……………12 分

20.（12 分）设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$，过点 $A(2,1)$ 的直线 AP,AQ 分别交 C 于不同的两点 P,Q，直线 PQ 恒过点 $B(4,0)$.

（Ⅰ）证明：直线 AP,AQ 的斜率之和为定值;

（Ⅱ）直线 AP,AQ 分别与 x 轴相交于 M,N 两点, 在 x 轴上是否存在定点 G, 使得 $|GM|\cdot|GN|$ 为定值？若存在, 求出点 G 的坐标, 若不存在, 请说明理由.

解:（Ⅰ）设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2),M(x_3,0),N(x_4,0)$，直线 PQ、AP、AQ 的斜率分别为 k,k_1,k_2，

由 $\begin{cases}y=k(x-4)\\x^2+4y^2=8\end{cases}$ 得 $(1+4k^2)x^2-32k^2x+64k^2-8=0$ ………2 分

$\Delta>0$，可得：$k^2<\dfrac{1}{4}$，$x_1+x_2=\dfrac{32k^2}{1+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{64k^2-8}{1+4k^2}$，

$$k_1+k_2=\frac{y_1-1}{x_1-2}+\frac{y_2-1}{x_2-2}=\frac{k(x_1-4)-1}{x_1-2}+\frac{k(x_2-4)-1}{x_2-2}$$

$$=\frac{2kx_1x_2-(6k+1)(x_1+x_2)+16k+4}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}\text{………………………4 分}$$

$$=\frac{2k\cdot\frac{64k^2-8}{1+4k^2}-(6k+1)\cdot\frac{32k^2}{1+4k^2}+16k+4}{\frac{64k^2-8}{1+4k^2}-2\cdot\frac{32k^2}{1+4k^2}+4}=\frac{-16k^2+4}{16k^2-4}=-1\text{…………………6 分}$$

（Ⅱ）由 $y-1=k_1(x-2)$，令 $y=0$，得 $x_3=2-\dfrac{1}{k_1}$，即 $M\left(2-\dfrac{1}{k_1},0\right)$

同理 $x_4=2-\dfrac{1}{k_2}$，即 $N\left(2-\dfrac{1}{k_2},0\right)$，设 x 轴上存在定点 $G(x_0,0)$ 则………………8 分

$$|GM|\cdot|GN|=\left|x_0-\left(2-\frac{1}{k_1}\right)\right|\cdot\left|x_0-\left(2-\frac{1}{k_2}\right)\right|=\left|(x_0-2)^2+(x_0-2)\cdot(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})+\frac{1}{k_1k_2}\right|$$

$=\left|(x_0-2)^2+(x_0-2)\cdot(\frac{k_1+k_2}{k_1k_2})+\frac{1}{k_1k_2}\right|$ ………………………………………10 分

$=\left|(x_0-2)^2+(x_0-2)\cdot(\frac{-1}{k_1k_2})+\frac{1}{k_1k_2}\right|$，要使 $|GM|\cdot|GN|$ 为定值，即 $x_0-2=1, x_0=3$

故 x 轴上存在定点 $G(3,0)$ 使 $|CM|\cdot|CN|$ 为定值，该定值为 1. ……………………………12 分

21. （12 分）设函数 $f(x)=\frac{2}{\pi}x-\sin x$， $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$， $g(x)=\frac{x^2}{\pi}+\cos x+\frac{m}{2}(x-\frac{\pi}{2})^2,(m\in R)$.

（Ⅰ）证明： $f(x)\le 0$；

（Ⅱ）当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，不等式 $g(x)\ge\frac{\pi}{4}$ 恒成立，求 m 的取值范围.

解：（Ⅰ） $f'(x)=\frac{2}{\pi}-\cos x$ 在 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增，$f'(x)\in[\frac{2}{\pi}-1,\frac{2}{\pi}]$，

所以存在唯一 $x_0\in(0,\frac{\pi}{2}), f'(x_0)=0$. 当 $x\in(0,x_0), f'(x)<0, f(x)$ 递减；

当 $x\in(x_0,\frac{\pi}{2}), f'(x)>0, f(x)$ 递增.

所以 $f(x)_{\max}=\max\{f(0), f(\frac{\pi}{2})\}=0, \therefore f(x)\le 0, 0\le x\le\frac{\pi}{2}$ ……………………4 分

（Ⅱ） $g'(x)=\frac{2x}{\pi}-\sin x+m(x-\frac{\pi}{2}), g''(x)=\frac{2}{\pi}-\cos x+m$. ………………………5 分

当 $m\ge 0$ 时，$g'(x)\le 0, \therefore g(x)$ 在 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，

$\therefore g(x)_{\min}=g(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{4}$，满足题意. …………………………………………………6 分

当 $-\frac{2}{\pi}<m<0$ 时， $g''(x)$ 在 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增. $g''(0)=\frac{2}{\pi}-1+m<0, g''(\frac{\pi}{2})=\frac{2}{\pi}+m>0$，

所以存在唯一 $x_1\in(0,\frac{\pi}{2}), g''(x_1)=0$.

当 $x\in(0,x_1), g''(x)<0, g'(x)$ 递减；当 $x\in(x_1,\frac{\pi}{2}), g''(x)>0, g'(x)$ 递增. ………8 分

而 $g'(0)=-\frac{\pi}{2}m>0, g'(\frac{\pi}{2})=0$. 所以存在唯一 $x_2\in(0,\frac{\pi}{2}), g'(x_2)=0$.

当 $x\in(0,x_2), g'(x)>0, g(x)$ 递增；当 $x\in(x_2,\frac{\pi}{2}), g'(x)<0, g(x)$ 递减.

要 $0\le x\le\frac{\pi}{2}$ 时，$g(x)\ge\frac{\pi}{4}$ 恒成立，即 $\begin{cases} g(0)\ge\frac{\pi}{4} \\ g(\frac{\pi}{2})\ge\frac{\pi}{4}\end{cases}\Rightarrow m\ge\frac{2\pi-8}{\pi^2}$ 所以 $\frac{2\pi-8}{\pi^2}\le m<0$ …10 分

当 $m\le-\frac{2}{\pi}$ 时，$g''(x)\le 0$，当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}], g'(x)$ 递减，$g'(\frac{\pi}{2})=0$，$g'(x)\ge 0$，

$\therefore g(x)$ 在 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 递增. $\therefore g(x)\le g(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{4}$ 与题意矛盾. …………………………11 分

综上：m 的取值范围为 $[\frac{2\pi-8}{\pi^2},+\infty)$ ……………………………………………………12 分

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 $l:\begin{cases}x=\sqrt{3}+t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数）与曲线 $C:\begin{cases}x=2m^2\\ y=2m\end{cases}$（$m$ 为参数）相交于不同的两点 A,B.

（Ⅰ）当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$ 时，求直线 l 与曲线 C 的普通方程；

（Ⅱ）若 $|MA||MB|=2\big||MA|-|MB|\big|$，其中 $M(\sqrt{3},0)$，求直线 l 的倾斜角.

解：（Ⅰ）当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$ 时直线 l 的普通方程为：$y=x-\sqrt{3}$；曲线 C 的普通方程为 $y^2=2x$；……4 分

（Ⅱ）将直线 $l:\begin{cases}x=\sqrt{3}+t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ 代入 $y^2=2x$ 得 $\sin^2\alpha\cdot t^2-2\cos\alpha\cdot t-2\sqrt{3}=0$

$\Delta=4\cos^2\alpha+8\sqrt{3}\sin^2\alpha>0, t_1+t_2=\dfrac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}, t_1t_2=\dfrac{-2\sqrt{3}}{\sin^2\alpha}$

$|MA||MB|=2\big||MA|-|MB|\big|\Rightarrow|t_1t_2|=2|t_1+t_2|\Rightarrow|\dfrac{-2\sqrt{3}}{\sin^2\alpha}|=2|\dfrac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}|,\therefore|\cos\alpha|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

所以直线 l 的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{5\pi}{6}$. ………………………………………………10 分

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+1|+|ax-1|$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\le 4$ 的解集；

（Ⅱ）当 $x\ge 1$ 时，不等式 $f(x)\le 3x+b$ 成立，证明：$a+b\ge 0$.

（1）解：当 $a=1$ 时 $f(x)=|x+1|+|x-1|$

若 $x\ge 1$ 则 $f(x)=2x\le 4\ \therefore 1\le x\le 2$

若 $-1<x<1$ 则 $f(x)=2<4$ 成立

若 $x\le -1$ 则 $f(x)=-2x\le 4\ \therefore x\ge -2\ \therefore -2\le x\le -1$

综上，不等式的解集为 $\{x|-2\le x\le 2\}$ ………………………………5 分

（2）当 $x\ge 1$ 时 $x+1+|ax-1|\le 3x+b\ \therefore|ax-1|\le 2x+b-1\ \therefore -2x-b+1\le ax-1\le 2x+b-1$

$\therefore\begin{cases}(a+2)x\ge 2-b\\ (a-2)\le b\end{cases}\ \therefore\begin{cases}a+2\ge 0\\ a+2\ge 2-b\\ a-2\le 0\\ a-2-b\le 0\end{cases}\ \therefore\begin{cases}-2\le a\le 2\\ a+b\ge 0\\ a-2\le b\end{cases}\ \therefore\begin{cases}-2\le a\le 2\\ a+b\ge 0\\ a+b\ge 2a-2\end{cases}\ \therefore a+b\ge 0$ …10 分